

Problema 2000-2: 2ª semana de Junio de 2000

Se desea realizar una Unidad Aritmético Lógica (UAL) como la mostrada en la figura, con dos entradas de datos $X(x_1x_0)$ e $Y(y_1y_0)$, una entrada de control $C(c_1c_0)$ y una salida de datos $R(r_3r_2r_1r_0)$. El funcionamiento de la UAL viene descrito por la siguiente tabla:

| Señal de control | Operación |
|--|--|
| $c_1c_0 = 00$: suma | $R = X + Y$ |
| $c_1c_0 = 01$: producto | $R = X * Y$ |
| $c_1c_0 = 10$: comparación | Si $X > Y$ entonces $R = 1000$ Si $X = Y$ entonces $R = 0100$ Si $X < Y$ entonces $R = 0010$ |
| $c_1c_0 = 11$: sacar \bar{X}, \bar{Y} | $R = \bar{X}, \bar{Y}$ ($r_3 = \bar{x}_1, r_2 = \bar{x}_0, r_1 = \bar{y}_1, r_0 = \bar{y}_0$) |

Tabla 2000-2-1: Tabla de funcionamiento de la UAL

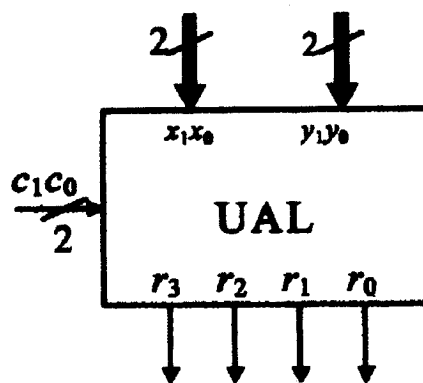


Figura 2000-2-1: Módulo UAL

Para resolver el problema, seguir obligatoriamente los siguientes apartados:

- (1 punto) Diseñar un comparador de números de dos bits utilizando únicamente comparadores de números de un bit y puertas lógicas.
- (2 puntos) Diseñar un sumador/multiplicador de dos números de 2 bits utilizando únicamente un módulo de memoria ROM. ¿Cuál es el tamaño necesario para este módulo de memoria ROM? Indique claramente el significado de cada una de sus entradas y cada una de sus salidas. Escriba todo el contenido de la memoria ROM en forma de tabla.
- (1 punto) Utilizando únicamente los módulos diseñados en los apartados anteriores, los módulos combinatoriales necesarios y puertas lógicas, diseñe la UAL pedida.

Solución

a) Para comparar X e Y es necesario comparar cada bit de uno de ellos con el bit de igual peso del otro. Para hacer estas comparaciones utilizamos los comparadores de 1 bit propuestos. Si el resultado de la comparación de x_i e y_i es: M_i , I_i y m_i , se cumple que:

$$M_i = 1 \text{ si } x_i > y_i$$

$$I_i = 1 \text{ si } x_i = y_i$$

$$m_i = 1 \text{ si } x_i < y_i$$

A partir de M_i , I_i y m_i se generan las salidas M, I y m del comparador de 2 bits mediante las siguientes funciones booleanas:

$$M = M_1 + I_1 M_0$$

$$I = I_1 I_0$$

$$m = m_1 + I_1 m_0$$

La explicación de estas expresiones es inmediata:

$$X > Y \text{ si } (x_1 > y_1) \text{ o } ((x_1 = y_1) \text{ y } (x_0 > y_0))$$

$$X = Y \text{ si } (x_1 = y_1) \text{ y } (x_0 = y_0)$$

$$X < Y \text{ si } (x_1 < y_1) \text{ o } ((x_1 = y_1) \text{ y } (x_0 < y_0))$$

La Figura 2000-2-2 muestra el circuito lógico pedido en este apartado obtenido a partir de las expresiones

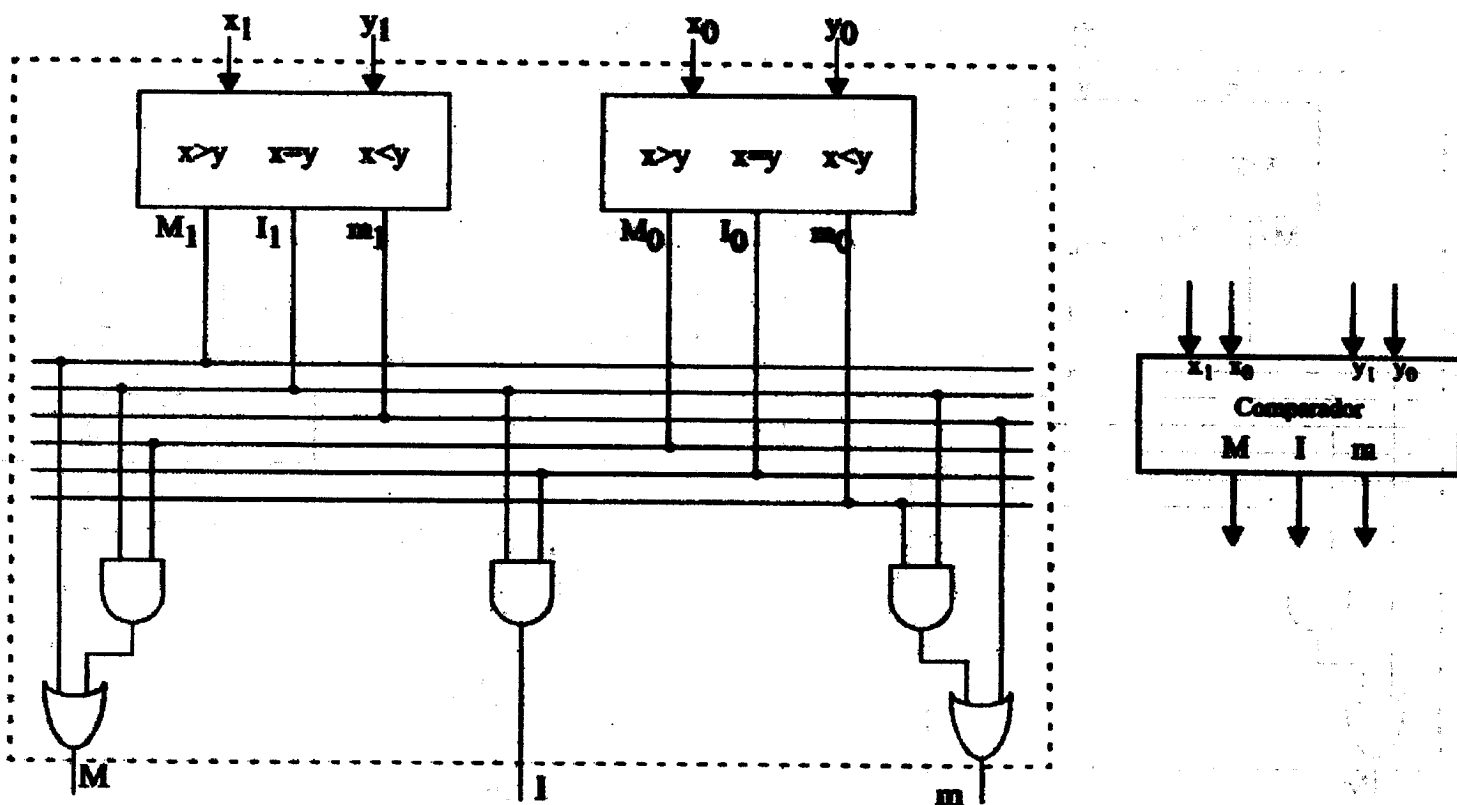


Figura 2000-2-2: Circuito lógico de un comparador de dos números de 2 bits

b) Para calcular el tamaño de la memoria ROM necesaria hay que saber el número entradas y salidas del circuito.

- **Entradas.** Este circuito tiene 5 entradas: 2 para la entrada de datos $X (x_1, x_0)$, 2 para la entrada de datos $Y (y_1, y_0)$ y una entrada de control (c) para la selección de la operación a realizar por el circuito. Esta última entrada de control va a tener el siguiente significado:

- $c = 0$: Suma
- $c = 1$: Producto

- **Salidas:** Este circuito tiene 4 salidas. El resultado de la suma de dos números de dos bits tiene tan sólo 3 bits pero, para el resultado del producto de dos números de dos bits se requieren 4 bits. Como el circuito a diseñar tiene que poder hacer ambas operaciones, su salida ha de tener, necesariamente, 4 bits.

Por tanto, el tamaño de la memoria ROM necesario para implementar el sumador es de: 2^5 palabras \times 4 bits/palabra. El significado de cada una de sus entradas y salidas se muestra claramente en la Figura 2000-2-3. Finalmente, en la Tabla 2000-2-2 se muestra el contenido que debería tener la memoria ROM.

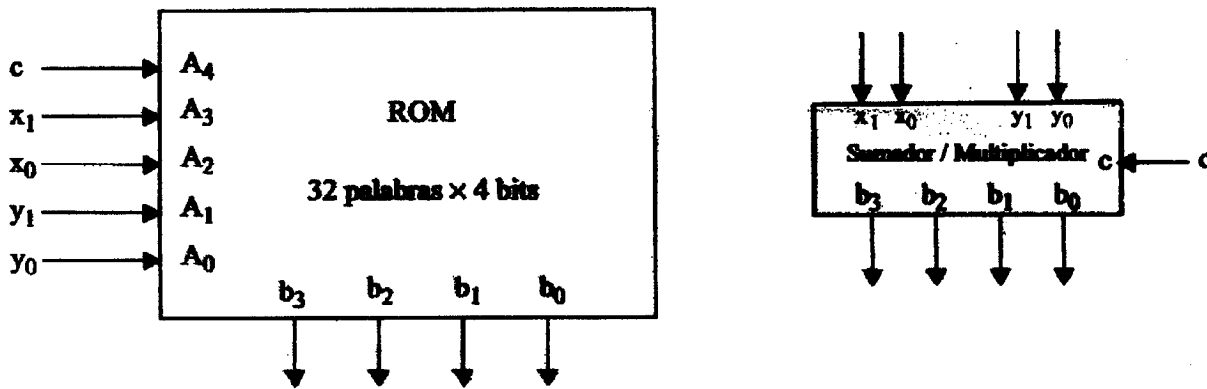


Figura 2000-2-3: Sumador/Multiplicador diseñado con memoria ROM

| Dirección memoria $c \ x_1 \ x_0 \ y_1 \ y_0$ | Contenido |
|--|-------------------------|
| $A_4 \ A_3 \ A_2 \ A_1 \ A_0$ | $b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0$ |
| 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 |
| 0 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| 0 0 0 1 0 | 0 0 1 0 |
| 0 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| 0 0 1 0 0 | 0 0 0 1 |
| 0 0 1 0 1 | 0 0 1 0 |
| 0 0 1 1 0 | 0 0 1 1 |
| 0 0 1 1 1 | 0 1 0 0 |
| 0 1 0 0 0 | 0 0 1 0 |
| 0 1 0 0 1 | 0 0 1 1 |
| 0 1 0 1 0 | 0 1 0 0 |
| 0 1 0 1 1 | 0 1 0 1 |
| 0 1 1 0 0 | 0 0 1 1 |
| 0 1 1 0 1 | 0 1 0 0 |
| 0 1 1 1 0 | 0 1 0 1 |
| 0 1 1 1 1 | 0 1 1 0 |

| Dirección memoria $c \ x_1 \ x_0 \ y_1 \ y_0$ | Contenido |
|--|-------------------------|
| $A_4 \ A_3 \ A_2 \ A_1 \ A_0$ | $b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0$ |
| 1 0 0 0 0 | 0 0 0 0 |
| 1 0 0 0 1 | 0 0 0 0 |
| 1 0 0 1 0 | 0 0 0 0 |
| 1 0 0 1 1 | 0 0 0 0 |
| 1 0 1 0 0 | 0 0 0 0 |
| 1 0 1 0 1 | 0 0 0 1 |
| 1 0 1 1 0 | 0 0 1 0 |
| 1 0 1 1 1 | 0 0 1 1 |
| 1 1 0 0 0 | 0 0 0 0 |
| 1 1 0 0 1 | 0 0 1 0 |
| 1 1 0 1 0 | 0 1 0 0 |
| 1 1 0 1 1 | 0 1 1 0 |
| 1 1 1 0 0 | 0 0 0 0 |
| 1 1 1 0 1 | 0 0 1 1 |
| 1 1 1 1 0 | 0 1 1 0 |
| 1 1 1 1 1 | 1 0 0 1 |

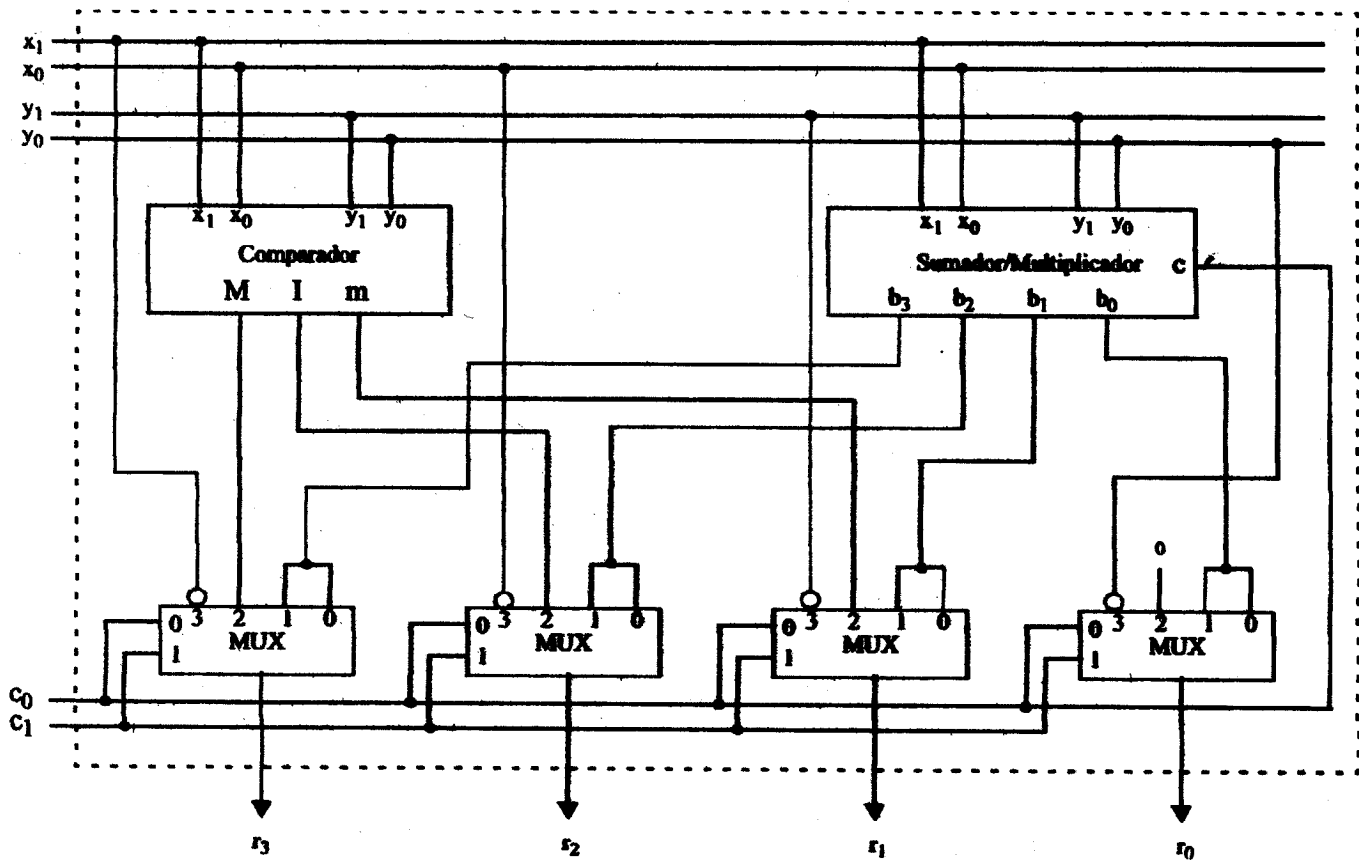


Figura 2000-2-4: UAL pedida en el problema