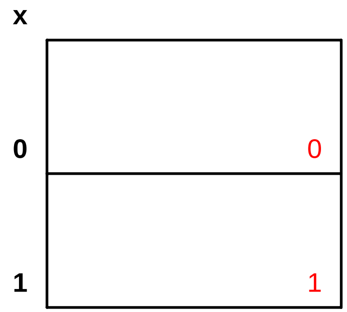
SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES CANÓNICAS

Mapas de Karnaugh

- Proceso sistemático para la simplificación de expresiones de conmutación.
- Se trata de una matriz de casillas o celdas, cada una de las cuales representa un minitérmino de una FC
- Si FC tiene n-variables $\Rightarrow 2^n$ casillas.

1 variable



Mapas de Karnaugh (minitérminos)

2 variables

x_0 \ x_1	0	1
0	00(0)	01(1)
1	10(2)	11(3)

3 variables

x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0	000(0)	001(1)	011(3)	010(2)
1	100(4)	101(5)	111(7)	110(6)

4 variables

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0000(0)	0001(1)	0011(3)	0010(2)
01	0100(4)	0101(5)	0111(7)	0110(6)
11	1100(12)	1101(13)	1111(15)	1110(14)
10	1000(8)	1001(9)	1011(11)	1010(10)

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

- Procedimiento de simplificación. Paso 1
  - minitérmino $m_i \Rightarrow$ casilla i
  - Cubrir todos los minitérminos con el mínimo número de rectángulos posibles.
  - Construir rectángulos tan grandes como sea posible.
  - Para simplificar, una casilla se puede cubrir varias veces.
  - Hay que empezar con las casillas que se pueden cubrir de menos maneras.

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

Ej.1: $f(x_3x_2x_1x_0)=\sum m(0,2,5,6,7,8,10,15)$

$$f(x_3x_2x_1x_0) = \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}x_2x_1\overline{x_0} +$$

$$\overline{x_3}x_2x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_3x_2x_1x_0$$

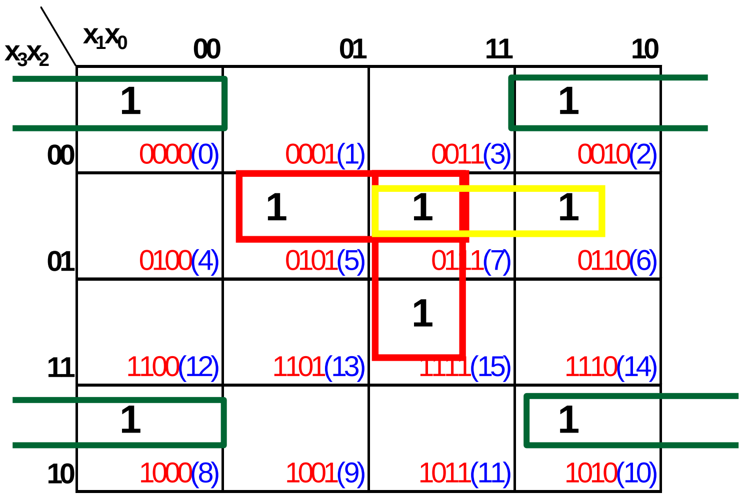
- Las casillas 5 y 15 sólo se pueden cubrir de una manera ⇒ son las primeras que cubrimos.
- Las esquinas adyacentes van juntas.

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1 0000(0)	0001(1)	0011(3)	1 0010(2)
01	0100(4)	1 0101(5)	1 0111(7)	1 0110(6)
11	1100(12)	1101(13)	1 1111(15)	1110(14)
10	1 1000(8)	1001(9)	1011(11)	1 1010(10)

- La casilla 6 puede ir con la 2 y con la 7. Elegimos la 7.

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

- Procedimiento de simplificación. Paso 2
  - Si tenemos un diagrama para n-variables y creamos rectángulos de 2^r casillas $\Rightarrow$ (n-r) dígitos iguales = número de variables en la expresión simplificada.



- n=4 $\wedge$ r=2 $\Rightarrow$ 2 variables $\Rightarrow$ $\overline{x_0}\,\overline{x_2}$
- n=4 $\wedge$ r=1 $\Rightarrow$ 3 variables $\Rightarrow$

  5 y 7: $\overline{x_3}x_2x_0$

  7 y 15: $x_1x_2x_0$
- n=4 $\wedge$ r=1 $\Rightarrow$ 3 variables $\Rightarrow$

  6 y 7: $\overline{x_3}x_2x_1$

$$f(x_3x_2x_1x_0) = \overline{x_2}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2x_1 + \overline{x_3}x_2x_0 + x_2x_1x_0$$

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

Ej.2: $f(x_3x_2x_1x_0)=\sum m(0,2,3,5,8,9,12,13,14,15)$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1 0000(0)	0001(1)	1 0011(3)	1 0010(2)
01	0100(4)	1 0101(5)	0111(7)	0110(6)
11	1 1100(12)	1 1101(13)	1 1111(15)	1 1110(14)
10	1 1000(8)	1 1001(9)	1011(11)	1010(10)

- n=4 ∧ r=1 ⇒ 3 variables ⇒ $\bar{x}_3\bar{x}_2x_1$ $\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_0$ $\bar{x}_1x_0x_2$
- n=4 ∧ r=2 ⇒ 2 variables ⇒ x_3x_2
- n=4 ∧ r=2 ⇒ 2 variables ⇒ $x_3\bar{x}_1$

$$f(x_3x_2x_1x_0)=\bar{x}_3\bar{x}_2x_1+\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_0+x_2\bar{x}_1x_0+x_3x_2+x_3\bar{x}_1$$

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

Ej.3: $f(x_3x_2x_1x_0)=\sum m(0,1,2,3,5,7,8,9,10,11)$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1 0000(0)	1 0001(1)	1 0011(3)	1 0010(2)
01	0100(4)	1 0101(5)	1 0111(7)	0110(6)
11	1100(12)	1101(13)	1111(15)	1110(14)
10	1 1000(8)	1 1001(9)	1 1011(11)	1 1010(10)

- n=4 $\wedge$ r=3 $\Rightarrow$ 1 variable $\Rightarrow$ $\overline{x_2}$
- n=4 $\wedge$ r=2 $\Rightarrow$ 2 variables $\Rightarrow$ $\overline{x_3}x_0$

$$f(x_3x_2x_1x_0) = \overline{x_2} + \overline{x_3}x_0$$

Mapas de Karnaugh (minitérminos)

Ej.4: $f(x_2x_1x_0)=\sum m(1,3,4,5)$

x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0	0000(0)	1 0001(1)	1 0011(3)	0010(2)
1	1 0100(4)	1 0101(5)	0111(7)	0110(6)

- $n=3 \wedge r=1 \Rightarrow 2$ variables $\Rightarrow \overline{x_2}x_0$
- $n=3 \wedge r=1 \Rightarrow 2$ variables $\Rightarrow \overline{x_1}x_0$
- $n=3 \wedge r=1 \Rightarrow 2$ variables $\Rightarrow \overline{x_1}x_2$

$$f(x_2x_1x_0)=\overline{x_2}x_0+\overline{x_1}x_0+\overline{x_1}x_2$$

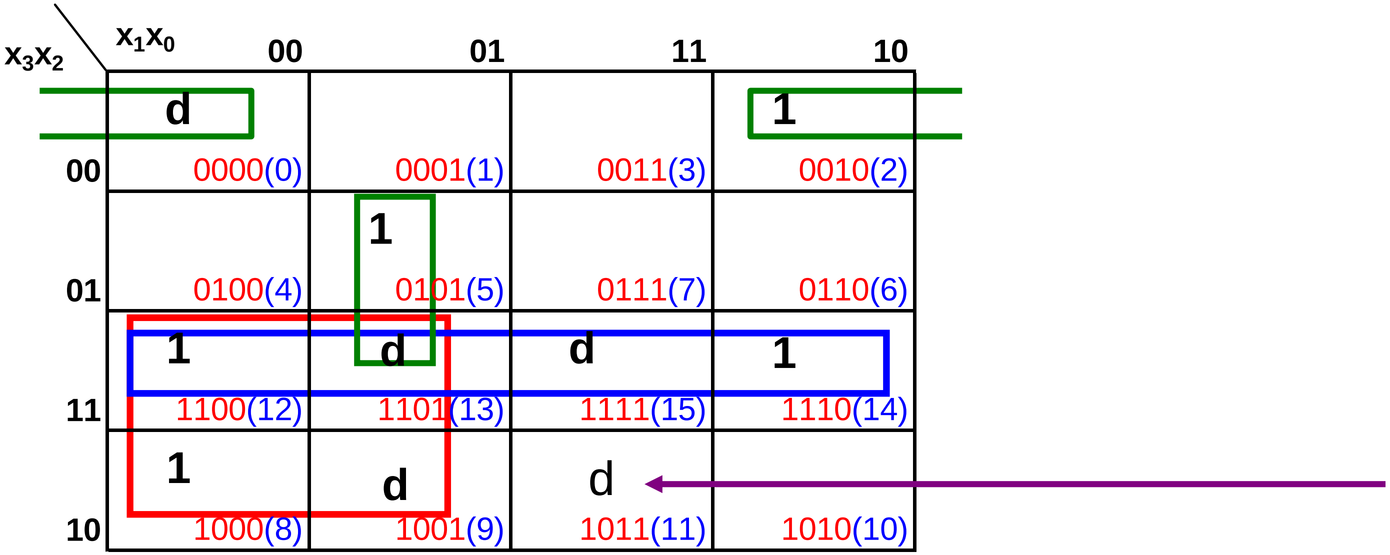
x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0	0000(0)	1 0001(1)	1 0011(3)	0010(2)
1	1 0100(4)	1 0101(5)	0111(7)	0110(6)

- $n=3 \wedge r=1 \Rightarrow 2$ variables $\Rightarrow \overline{x_2}x_0$
- $n=3 \wedge r=1 \Rightarrow 2$ variables $\Rightarrow \overline{x_1}x_2$

$$f(x_2x_1x_0)=\overline{x_2}x_0+\overline{x_1}x_2$$

Simplificación FC incompletamente definidas

Ej.2: $f(x_3x_2x_1x_0)=\sum m(2,5,8,12,14)+\sum d(0,9,11,13,15)$



- n=4 ∧ r=2 ⇒ 2 variables ⇒ $x_3 x_2$
- n=4 ∧ r=2 ⇒ 2 variables ⇒ $x_3 \overline{x_1}$
- n=4 ∧ r=1 ⇒ 3 variables ⇒ $\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_0}$ $\quad \overline{x_1} x_0 x_2$

$$f(x_3x_2x_1x_0)=\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_0}+x_2\overline{x_1}x_0+x_3x_2+x_3\overline{x_1}$$

Mapas de Karnaugh (maxitérminos)

2 variables

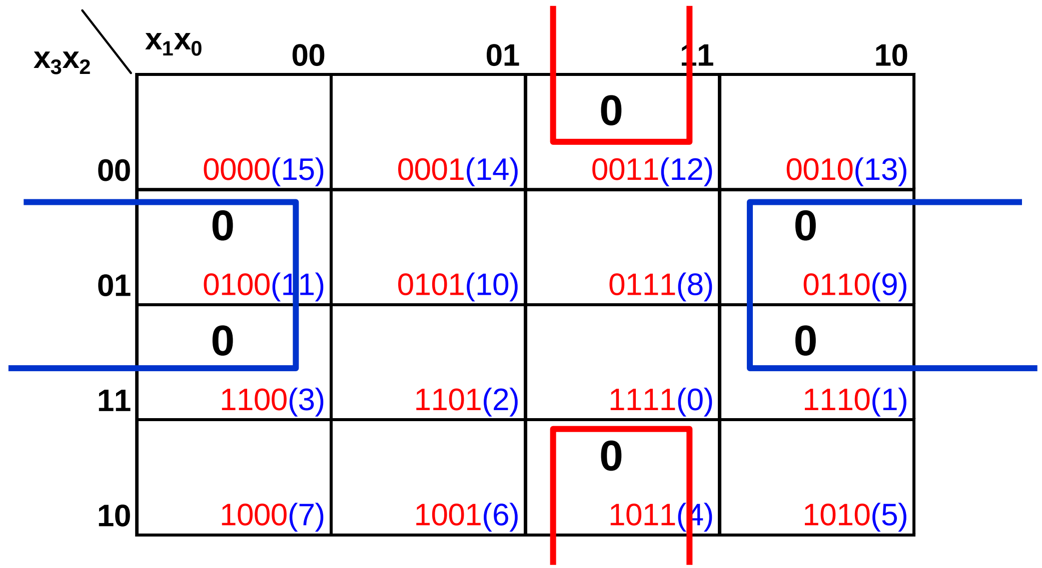
x_0 \ x_1	0	1
0	00(3)	01(2)
1	10(1)	11(0)

4 variables

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0000(15)	0001(14)	0011(12)	0010(13)
01	0100(11)	0101(10)	0111(8)	0110(9)
11	1100(3)	1101(2)	1111(0)	1110(1)
10	1000(7)	1001(6)	1011(4)	1010(5)

Mapas de Karnaugh (maxitérminos)

Ej.3: $f(x_3x_2x_1x_0)=\prod(1,3,4,9,11,12)$



- n=4 $\wedge$ r=2 $\Rightarrow$ 2 variables $\Rightarrow$ $\overline{x_2 + x_0}$
- n=4 $\wedge$ r=1 $\Rightarrow$ 3 variables $\Rightarrow$ $x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}$

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\overline{x_2} + x_0)\cdot(x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0})$$

Ejercicio 4.5

$$f(x_2x_1x_0) = \sum m(0,6,7) + \sum d(1,2,5) = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0$$

x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	1
0	0	1	d
0	1	0	d
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	d
1	1	0	1
1	1	1	1

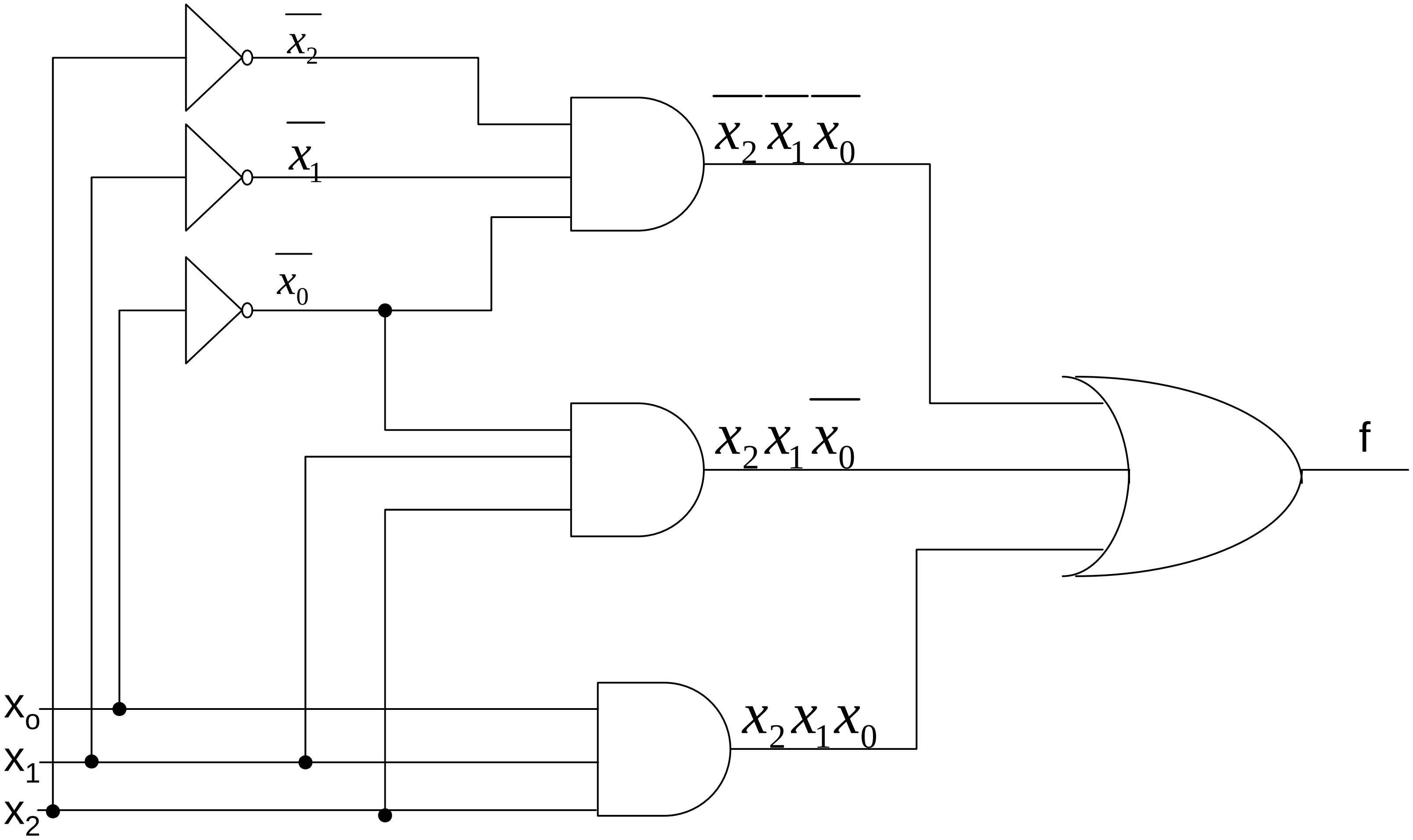
x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0	1 0000(0)	d 0001(1)	0011(3)	d 0010(2)
1	0100(4)	d 0101(5)	1 0111(7)	1 0110(6)

- n=3 $\wedge$ r=1 $\Rightarrow$ 2 variables $\Rightarrow \overline{x_2}\,\overline{x_0}$
- n=3 $\wedge$ r=1 $\Rightarrow$ 2 variables $\Rightarrow x_2x_1$

$$f(x_2x_1x_0) = \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_2x_1$$

Ejercicio 4.5. Diseño con puertas lógicas

$$f(x_2x_1x_0) = \sum m(0,6,7) + \sum d(1,2,5) = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0$$



Ej.4.5. Diseño simplificado con puertas lógicas

$$f(x_2 x_1 x_0) = \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_2 x_1$$